

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до самостійної роботи за темою
«ЧАСТОТНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ»

з дисциплін «Теорія електричних кіл та сигналів», «Теорія електричних кіл»,
«Теорія електромагнітних кіл», «Основи електротехніки та електроніки»

для студентів спеціальностей 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані
технології», 171 «Електроніка», 152 «Метрологія та інформаційно-
вимірювальна техніка», 123 «Комп'ютерна інженерія»

Затверджено
редакційно-видавничою
радою університету,
протокол № 2 від 25.06.2020 р.

Харків
НТУ «ХПІ»
2020

Методичні вказівки до самостійної роботи за темою «ЧАСТОТНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ» з дисциплін «Теорія електричних кіл та сигналів», «Теорія електричних кіл», «Теорія електромагнітних кіл», «Основи електротехніки та електроніки» для студентів спеціальностей 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології», 171 «Електроніка», 152 «Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка», 123 «Комп'ютерна інженерія» / уклад.: М. М. Резинкіна, А. В. Гетьман, Б. І. Кубрик, С. А. Литвиненко – Харків. : НТУ «ХП», 2020. – 48 с.

Укладачі: М. М. Резинкіна, А. В. Гетьман, Б. І. Кубрик, С. А. Литвиненко.

Рецензент: Кропачек О. Ю.

Кафедра теоретичних основ електротехніки

ВСТУП

Частотні характеристики описують передавальні властивості елементів і систем в режимі усталених гармонійних коливань, викликаних зовнішнім гармонійним впливом. Для дослідження частотних властивостей системи та отримання її частотних характеристик на вхід системи (електричного кола) подають гармонійні збудження певної сталої частоти ω та амплітуди X_m . По закінченні перехідного процесу елемент (система) увійде до режиму усталених вимушених коливань, а вихідна величина $y(t)$ буде змінюватися за гармонійним законом з тією ж частотою ω , але з іншою амплітудою та зі зсувом Δt_ϕ по осі часу. Здійснюючи гармонічний вплив на вхід різних елементів (систем), можна переконатися, що величини Y_m та Δt_ϕ залежать від частоти ω , а також від типу і параметрів елементів, з яких складається сама система. Отже, залежності амплітуди вихідної величини Y_m та її зсуву Δt від значень частоти ω можуть служити характеристиками динамічних властивостей в системах автоматичного управління та в системах передачі та перетворення інформації.

Крім цього, частотні характеристики входять невід'ємною частиною до частотного методу аналізу процесів в електричних колах, який широко використовується для розрахунків гармонійних спектрів сигналів та проходження сигналів через електричні кола. У зв'язку з цим студентам необхідно не тільки досконало засвоїти методику отримання частотних характеристик, а також твердо знати особливості і характеристики типових ланок, що розглянуті в цій роботі.

1. КОМПЛЕКСНА ПЕРЕДАВАЛЬНА ФУНКЦІЯ

При впливі на вхідні затискачі електричного кола гармонійної напруги або струму (будемо називати цю величину вхідною) відповідні величини на вихідних затискачах (вихідна величина) будуть залежати від схеми кола (включаючи вибір вхідних та вихідних затискачів), а також (акцентуємо на цьому увагу) від частоти гармонійного процесу. При цьому вхідну і вихідну величини можна визначити комплексними амплітудами \underline{A}_m , комплексними діючими значеннями \underline{A} або комплексними гармоніками – комплексними зображеннями гармонійної величини $\tilde{a}(t) = \underline{A}_m e^{j\omega t}$.

На рис. 1.1 показане коло R, L .

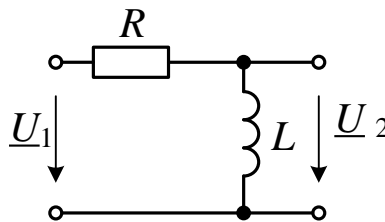


Рисунок 1.1

$$\underline{U}_2 = \underline{I} \cdot j\omega L = \frac{\underline{U}_1}{R + j\omega L} \cdot j\omega L = \underline{U}_1 \cdot \frac{j\omega L}{R + j\omega L}.$$

Вхідна величина – напруга \underline{U}_1 , вихідна – напруга \underline{U}_2 .

Позначимо

$$\frac{j\omega L}{R + j\omega L} = K(j\omega).$$

Зауважимо, що при зміні частоти ω від 0 до ∞ $K(j\omega)$ змінюється в широких межах: від 0 до 1.

У загальному запису

$$\underline{U}_2 = K(j\omega) \cdot \underline{U}_1, \quad (1.1)$$

де $K(j\omega)$ – це і є *комплексна передавальна функція* електричного кола, скорочено – КПФ.

З (1.1) виходить, що

$$K(j\omega) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}. \quad (1.2)$$

Комплексна передавальна функція – це функція частоти, яка залежить від вибору вхідних і вихідних величин, від схеми та параметрів кола.

Множення комплексної амплітуди (або комплексу діючого значення чи комплексної гармоніки) вхідної величини на КПФ дає комплексну амплітуду вихідної величини, див. (1.1). Згідно співвідношення (1.2) КПФ можна отримати, як відношення комплексних амплітуд (або діючих значень) вихідної і вхідної величин. Розмірність КПФ визначається як відношення розмірності вихідної величини до розмірності вхідної величини, див. (1.2). Отже, КПФ може мати розмірність опору, провідності або бути безрозмірною. Останній варіант найбільш розповсюджений, оскільки зазвичай в ланках системи автоматичного управління вхідні і вихідні величини – це напруги. Далі позначатимемо: комплекс діючого значення вхідної величини (вхідного сигналу) – \underline{X} , вихідної (вихідного сигналу) – \underline{Y} .

У загальному вигляді записи (1.1) і (1.2) приймають вигляд:

$$\underline{Y} = K(j\omega) \cdot \underline{X}; \quad (1.3)$$

$$K(j\omega) = \frac{\underline{Y}}{\underline{X}}. \quad (1.4)$$

Зауважимо, що не слід ототожнювати (1.4) з поняттям КПФ, оскільки електричне коло має КПФ і при відсутності вхідної і вихідної величин ($\underline{X} = \underline{Y} = 0$), коли права частина (1.4) переходить в невизначеність. При фіксованій частоті ω_i КПФ перетворюється в комплексне число $K(j\omega_i)$, яке називають *комплексним коефіцієнтом передачі* (ККП).

2. ОСНОВНІ МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ КОМПЛЕКСНОЇ ПЕРЕДАВАЛЬНОЇ ФУНКЦІЇ (КПФ)

Існує ряд методів визначення КПФ. Нижче наведені найпоширеніші з них: з використанням математичних виразів вхідної та вихідної величин, з використанням матриць чотиріполюсників, з використанням властивостей двополюсників та експериментальний метод.

2.1. Визначення КПФ за співвідношенням $K(j\omega) = \frac{\underline{Y}}{\underline{X}}$

Співвідношення (1.4) $K(j\omega) = \frac{\underline{Y}}{\underline{X}}$ дозволяє визначати КПФ, якщо відомі \underline{X} і \underline{Y} – вхідна і вихідна величини (сигнали). Можна задатися однією з цих величин і за конкретною схемою кола визначити іншу будь-яким

методом, відомим з попередніх розділів курсу. Звичайно, при цьому величина, що визначається, буде виражена через ту, якою задалися.

У процесі виконання завдання реактивні опори гілок кола будуть не комплексними числами, а комплексними функціями частоти ($X_L = \omega L$, $X_C = 1/\omega C$). Якщо вхідну величину прийняти рівною одиниці ($\underline{X} = 1$), то КПФ буде дорівнювати вихідній величині ($K(j\omega) = \underline{Y}$). Звичайно, при цьому \underline{Y} буде функцією частоти, а розмірність КПФ визначатиметься, як відношення розмірності \underline{Y} до розмірності \underline{X} .

2.2 Визначення КПФ за матрицями чотириполіусників

КПФ можна визначити, розглядаючи коло після вибору пари вхідних і пари вихідних затисків, як чотириполіусник, за матрицею цього чотириполіусника. Якщо відома матриця

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix},$$

то КПФ за напругою

$$K_U(j\omega) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{A}_{11}\underline{U}_2 + \underline{A}_{12}\underline{I}_2}.$$

Змінивши \underline{I}_2 на $\frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_{2H}}$, де \underline{Z}_{2H} – комплексний опір, підключений до вихідних вузлів, і поділивши чисельник і знаменник на \underline{U}_2 , отримаємо:

$$K_U(j\omega) = \frac{1}{\underline{A}_{11} + \frac{\underline{A}_{12}}{\underline{Z}_{2H}}}. \quad (2.1)$$

При холостому ході, коли $\underline{Z}_{2H} \rightarrow \infty$,

$$K_{U_0} = \frac{1}{\underline{A}_{11}}. \quad (2.2)$$

Задача 2.1.

Отримати $K_U(j\omega)$ чотириполіусника, зображеного на рис. 2.1.

Розв'язання

Матрицю цього чотириполіусника можна отримати методом порівняння (див. розділ "Основи теорії чотириполіусників") $A = \begin{bmatrix} 1 & \underline{Z}_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

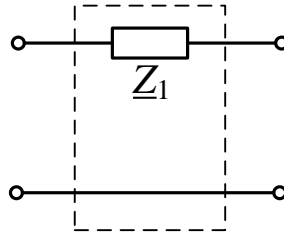


Рисунок 2.1

При навантаженні опором \underline{Z}_{2H}

$$K_U(j\omega) = \frac{1}{\underline{A}_{11} + \frac{\underline{A}_{12}}{\underline{Z}_{2H}}} = \frac{1}{1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_{2H}}}.$$

При холостому ході $\underline{Z}_{2H} \rightarrow \infty$,

$$K_U(j\omega) = \frac{1}{\underline{A}_{11}} = 1.$$

Якщо коло (система) представлене у вигляді каскадного (послідовного) з'єднання чотиріполіусників (рис. 2.2), то КПФ системи дорівнює добутку КПФ її ланок (чотиріполіусників)

$$K(j\omega) = K_1(j\omega) \cdot K_2(j\omega) \cdot \dots \cdot K_n(j\omega). \quad (2.3)$$

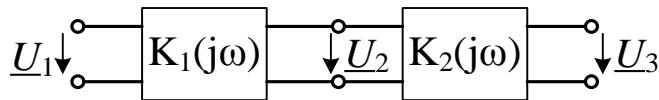


Рисунок 2.2

Доказ співвідношення (2.3), справедливий для будь-якої кількості ланок, достатньо навести для випадку двох ланок (рис. 2.2).

Згідно з рис. 2.2

$$K(j\omega) = \frac{U_3}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} \cdot \frac{U_2}{U_1} = K_{1U}(j\omega) \cdot K_{2U}(j\omega).$$

Співвідношення (2.3) дозволяє виявити роль кожної ланки системи та вимагає врахувати для КПФ кожної ланки навантаження її наступною ланкою (\underline{Z}_{2H}).

Однак, у багатьох випадках опір наступної ланки великий і їм можна знехтувати (вважати його нескінченно великим). При вирішенні цього питання величина \underline{Z}_{2H} , вхідний опір наступного чотиріполіусника, порівнюється з елементами \underline{A}_{11} і \underline{A}_{12} матриці попереднього чотиріполіусника по співвідношенню (2.4). Якщо в (2.1) $\underline{A}_{11} \gg \frac{\underline{A}_{12}}{\underline{Z}_{2H}}$, то

доданок $\frac{\underline{A}_{12}}{\underline{Z}_{2H}}$ можна відкинути і тоді $K(j\omega)$ визначиться співвідношенням (2.2).

Нерівність $\underline{A}_{11} \gg \frac{\underline{A}_{12}}{\underline{Z}_{2H}}$ приводиться до нерівності

$$\underline{Z}_{2H} \gg \frac{\underline{A}_{12}}{\underline{A}_{11}}. \quad (2.4)$$

Задача 2.2 (рис. 2.3)

Визначити $K(j\omega)$ двох касадно (послідовно) з'єднаних чотириполіусників. КПФ $K_{U_1}(j\omega)$ першого чотириполіусника отримана в задачі 2.1.

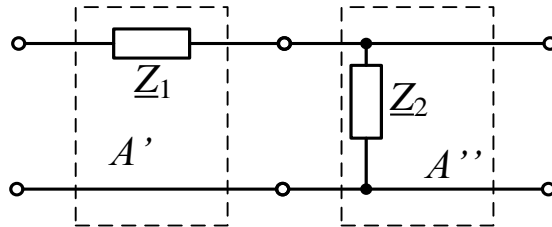


Рисунок 2.3

Розв'язання

$$K_{U_1}(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}}.$$

Матриця другого чотириполіусника $A_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1/\underline{Z}_2 & 1 \end{vmatrix}.$

Другий чотириполіусник не навантажений, і, відповідно до (2.2),

$$K_{U_2}(j\omega) = \frac{1}{\underline{A}_{11}} = \frac{1}{1} = 1.$$

Навантаженням першого чотириполіусника є (див. рис. 2.3) опір \underline{Z}_2 .

Тому

$$K_U(j\omega) = K_{U_1}(j\omega) \cdot K_{U_2}(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}} \cdot 1 = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}.$$

Якщо $\underline{Z}_1 = j\omega L$, а $\underline{Z}_2 = R$, то $K_U(j\omega) = \frac{R}{R + j\omega L}.$

$$\text{Якщо } \underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L, \text{ а } \underline{Z}_2 = R_2 - j\frac{1}{\omega C}, \text{ то } K(j\omega) = \frac{R_2 - j\frac{1}{\omega C}}{R_1 + R_2 + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}.$$

2.3. КПФ двополюсника

В окремому випадку вхідні і вихідні вузли можуть збігатися і коло в цьому випадку є двополюсником. Вхідним сигналом може бути напруга або струм, а вихідним – відповідно струм або напруга. При цьому КПФ буде або вхідною провідністю, або вхідним опором. Звичайно в виразі КПФ частота не фіксується, тобто є не числом, а незалежним аргументом.

Вхідний опір і вхідна провідність двополюсника були отримані під час розгляду теорем Тевенена і Нортонна у вигляді виразів

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = \frac{\Delta}{\Delta_{11}} \quad \text{і} \quad \underline{Y}_{\text{вх}} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta}.$$

У застосуванні до комплексних передавальних функцій записи цих співвідношень видозмінюються:

$$\underline{Z}_{\text{вх}}(j\omega) = \frac{\Delta}{\Delta_{11}} \quad \text{і} \quad \underline{Y}_{\text{вх}}(j\omega) = \frac{\Delta_{11}}{\Delta}. \quad (2.5)$$

Звичайно, визначники Δ і Δ_{11} – не комплексні числа, а комплексні функції частоти ω . При запису визначника Δ розрахункові контури слід обирати так, щоб вхідні затискачі входили тільки до першого контуру. Δ_{11} отриманий з Δ викресленням першого рядка і першого стовпця.

Задача 2.3

Отримати КПФ двополюсника, зображеного на рис. 2.4, вважаючи, що вхідний сигнал – напруга, вихідний – струм.

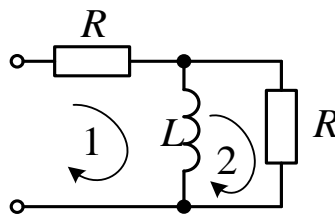


Рисунок 2.4

Розв'язання

У цьому випадку $K(j\omega) = \underline{Z}_{\text{вх}}(j\omega)$.

Наносимо на схему розрахункові контури так, щоб вхідні затискачі входили тільки в перший контур. Записуємо визначник:

$$\Delta = \begin{vmatrix} R + j\omega L & -j\omega L \\ -j\omega L & R + j\omega L \end{vmatrix}.$$

Викреслюючи перший рядок і перший стовпець, отримаємо

$$\Delta_{11} = R + j\omega L;$$

$$K(j\omega) = \underline{Z}_{\text{вх}}(j\omega) = \frac{\Delta}{\Delta_{11}} = \frac{(R + j\omega L)^2 + \omega^2 L^2}{R + j\omega L} = \frac{R^2 + j2R\omega L}{R + j\omega L}.$$

2.4 Експериментальний метод визначення КПФ

На вхідні затискачі подається гармонійний вплив (напруга, струм) з постійною комплексною амплітудою $\underline{X}_m = 1$ і змінною частотою ω . Зручно прийняти $\underline{X}_m = 1$ ($X_m = 1$, $\psi_k = 0$). Частота ω змінюється, і кожен раз при зміні частоти вимірюється комплексна амплітуда \underline{Y}_m (або комплекс діючого значення вихідного сигналу \underline{Y}). Для цього необхідні два прилади: вольтметр або амперметр (вихідним сигналом може бути або напруга, або струм) і фазометр (для вимірювання фази). КПФ визначається набором комплексних коефіцієнтів передачі $K(j\omega_i)$, відповідних набору частот ω_i . Значення ККП обчислюється за співвідношенням

$$K(j\omega_i) = \frac{\underline{Y}(\omega_i)}{\underline{X}(\omega_i)} = \frac{\underline{Y}_m(\omega_i)}{\underline{X}_m(\omega_i)}.$$

При $\underline{X} = 1$ $K(j\omega_i) = \underline{Y}(\omega_i)$. Звичайно, розмірність $K(j\omega_i)$ буде не розмірністю $\underline{Y}(\omega_i)$, а відношенням розмірності $\underline{Y}(\omega_i)$ до розмірності $\underline{X}(\omega_i)$. Результат експериментального дослідження може бути оформлений у вигляді таблиці з графами $K(j\omega_i)$ і ω_i або у вигляді двох графіків АЧХ і ФЧХ, (див. 3.1).

Залежність модуля КПФ від частоти називається амплітудно-частотною характеристикою (АЧХ), а залежність аргументу – фазочастотною (ФЧХ).

Розглянуті методи ніяк не вичерпують всі можливі рішення поставлених завдань (визначення КПФ) і є лише найбільш поширеними.

3. ВИДИ ЧАСТОТНИХ ХАРАКТЕРИСТИК

КПФ, як і будь-яке комплексне число, може бути представлена в показовій і алгебраїчній формах запису, що дозволяє отримати вирази для частотних характеристик.

3.1 Амплітудно-частотна характеристика (АЧХ).

Смуга пропускання. Фазочастотна характеристика (ФЧХ)

Комплексна передавальна функція, записана в показовій формі, має вигляд

$$K(j\omega) = K(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}, \quad (3.1)$$

де $K(\omega) = |K(j\omega)|$ – модуль КПФ, званий амплітудно-частотною характеристикою, скорочено АЧХ.

Як впливає з (1.4),

$$K(\omega) = \frac{Y}{X}. \quad (3.2)$$

Амплітудно-частотну характеристику можна отримати, як відношення модуля амплітуди (або діючого значення) вихідної величини до модуля амплітуди (або діючого значення) вхідної величини. Підкреслимо, що співвідношення (3.2) дозволяє визначити АЧХ, якщо відомі вхідні і вихідні величини, але ототожнювати праву частину (3.2) з АЧХ можна з міркувань, викладених в п. 1.2. При графічному зображенні АЧХ на осі абсцис відкладається безпосередньо частота ω (в рад / с), або f (в Гц, кГц, МГц) або частота в логарифмічному масштабі, тобто $\lg \omega$ або $\lg f$, але записується частота.

На рис. 3.1 наведена АЧХ деякого кола для області частот від 0 до f' , в межах якої проводиться дослідження. На рис.3.2 наведена АЧХ цього ж кола, але для осі частот прийнятий логарифмічний масштаб. В цьому випадку нульовій точці осі абсцис відповідає $f=1$, оскільки $\lg 1=0$.

Порівнюючи рис. 3.1 і 3.2, можна помітити, що в другому випадку область низьких частот виявляється розтягнутою. На осі ординат можна відкладати або безпосередньо $K(\omega)$, тобто модуль КПФ, або згасання (посилення) в логарифмічних одиницях – белах (Б), децибелах (дБ), неперах.

Як відомо з розділу "Теорія чотириполіусників", згасання (посилення) в белах дорівнює $2\lg \frac{S_\delta}{S_m}$, в децибелах $20\lg \frac{S_\delta}{S_m}$, в неперах $\ln \frac{S_\delta}{S_m}$.

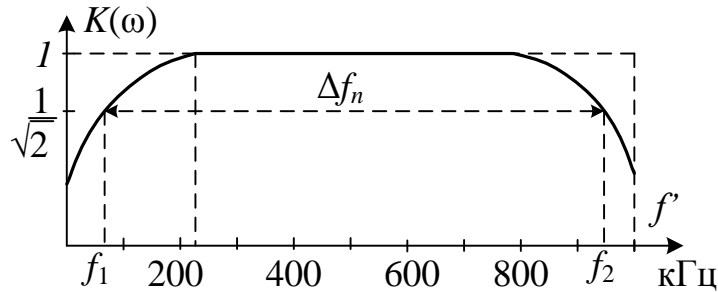


Рисунок 3.1

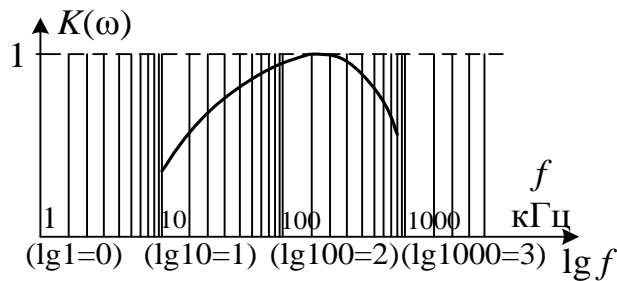


Рисунок 3.2

Якщо вихідна величина менша за вхідну, то $S_\delta = X, S_m = Y$, якщо навпаки, то $S_\delta = Y, S_m = X$. У першому випадку застосовують термін "згасання", у другому – "посилення". При цьому побудовану амплітудно-частотну характеристику називають логарифмічною, скорочено ЛАЧХ (логарифмічна амплітудно-частотна характеристика) і позначають не $K(\omega)$, а $L(\omega)$.

Відзначимо, що при заміні складного електричного кола еквівалентним каскадним (послідовним) з'єднанням ланок загальне згасання (посилення) всього кола визначається сумою згасань окремих ланок. Дійсно, як було показано в п. 2.3, комплексні передавальні функції при цьому перемножуються. Значить, перемножуються і їхні модулі (АЧХ), а отже, логарифми модулів додаються.

Застосування логарифмічного масштабу зручне перш за все тим, що дозволяє зображати величини, які чисельно у багато разів відрізняються одна від одної, відрізками, співрозмірними за довжиною.

Крім того, згідно з психологічним законом Вебера-Фехнера, якщо сила роздратування, що діє на органи чуття, збільшується в геометричній прогресії, то інтенсивність відчуття зростає в арифметичній прогресії. Це

відповідає логарифмічному масштабу. Якщо число збільшується у 10 разів, то логарифм його збільшується на одиницю (геометрична і логарифмічна прогресії).

Амплітудно-частотна характеристика визначає частотно-вибіркові властивості кола, тобто показує, з яким згасанням проходить через коло коливання з даною частотою. Ця властивість кола визначається деякою інтегральною величиною – смугою пропускання.

Смуга пропускання Δf_n або $\Delta \omega_n$ – це область частот, в межах якої мінімальне значення АЧХ не менше за максимальне, поділене на певне число n , яке для гармонійних коливань дорівнює $\sqrt{2}$. На межах смуги пропускання, де $K(\omega_1) = K(f_1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$, згасання дорівнює $20 \lg \sqrt{2} = 20 \cdot 0,15 = 3$ дБ.

На рис. 3.1 $K_{\max}(\omega) = 1$ і на межі смуги пропускання

$$K(\omega_{1,2}) = K(f_{1,2}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cong 0,707.$$

У загальному вигляді (якщо $n \neq \sqrt{2}$)

$$K(\omega_{1,2}) = K(f_{1,2}) = \frac{K_{\max}(\omega)}{n}.$$

Фазочастотною характеристикою, скорочено ФЧХ, називають аргумент комплексної передатної функції $\varphi(\omega)$.

Згідно (1.4) і (3.1)

$$\varphi(\omega) = \arg K(j\omega) = \arg \underline{Y} - \arg \underline{X} = \varphi_y(\omega) - \varphi_x(\omega). \quad (3.3)$$

На осі ординат відкладається значення $\varphi(\omega)$ в радіанах або в градусах, а на осі абсцис – частота або логарифм частоти (але записується частота).

У другому варіанті характеристику називають *логарифмічною фазочастотною характеристикою* (ЛФЧХ).

При побудові частотних характеристик незалежним аргументом є частота. В теорії автоматичного управління прийнято користуватися кутовою частотою ω .

Однак, в деяких випадках (наприклад, при побудові спектрів сигналів) зручніше використовувати частоту f , яка вимірюється в герцах.

Задача 3.1

Побудувати амплітудно-частотну характеристику електричного кола, схема якого зображена на рис. 3.3, якщо $R=20$ кОм, $C=1000$ пФ, вихідна

величина – напруга на ємності, вхідна величина – напруга на затискачах 1, 1'.
Визначити ширину смуги пропускання.

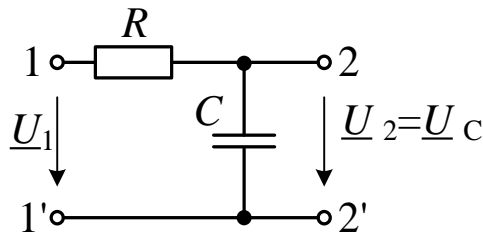


Рисунок 3.3

Розв'язання

Комплексна передатна функція

$$K(j\omega) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega T},$$

де $T = RC = 20 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 10^{-12} = 20 \text{ мкс}$.

Амплітудно-частотна характеристика

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}}.$$

Обчислимо значення $K(\omega)$ при п'яти значеннях частоти: $f_1 = 1 \text{ кГц}$, $f_2 = 10 \text{ кГц}$, $f_3 = 25 \text{ кГц}$, $f_4 = 50 \text{ кГц}$, $f_5 = 100 \text{ кГц}$.

$$K(\omega_1) = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-5})^2}} \cong 1,$$

$$K(\omega_2) = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-5})^2}} = 0,62,$$

$$K(\omega_3) = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi \cdot 25 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-5})^2}} = 0,303,$$

$$K(\omega_4) = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-5})^2}} = 0,157,$$

$$K(\omega_5) = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-5})^2}} = 0,078.$$

Амплітудно-частотна характеристика побудована на рис.3.4, де частота відкладена в звичайному масштабі, і на рис.3.5, де частота відкладена в логарифмічному масштабі.

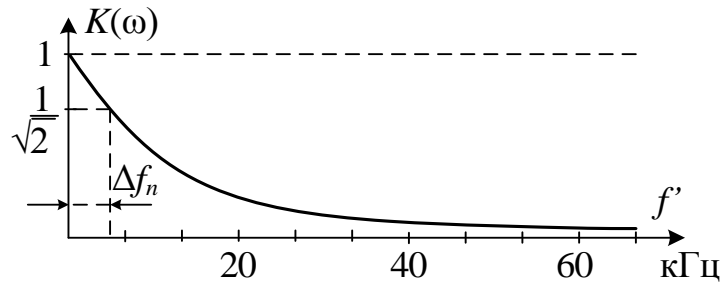


Рисунок 3.4

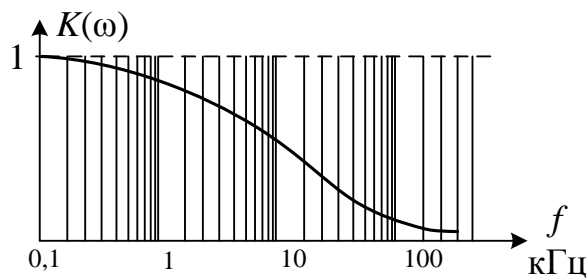


Рисунок 3.5

При цьому на осі абсцис нуль відповідає частоті 0,1кГц. Ця частота прийнята за умовну одиницю, десятковий логарифм якої дорівнює нулю. Тоді частота 1кГц буде дорівнювати десяти умовним одиницям ($\lg 10=1$), частота 10кГц – ста умовним одиницям ($\lg 100=2$), частота 100кГц дорівнює тисячі умовних одиниць ($\lg 1000=3$). На рис.3.6 по осі абсцис – частота в логарифмічному масштабі, по осі ординат – згасання в децибелах, визначене за співвідношенням

$$L(\omega) = 20 \lg \frac{U_1}{U_2} = 20 \lg \sqrt{1 + \omega^2 T^2}$$

для тих же п'ятих точок:

$$L(\omega_1) \cong 0;$$

$$L(\omega_2) = 20 \lg \frac{1}{0,620} = 20 \lg 1,615 = 20 \cdot 0,208 = 4,1 \text{ дБ};$$

$$L(\omega_3) = 20 \lg \frac{1}{0,303} = 20 \lg 3,3 = 20 \cdot 0,517 = 10,34 \text{ дБ};$$

$$L(\omega_4) = 20 \lg \frac{1}{0,157} = 20 \lg 6,37 = 20 \cdot 0,806 = 16,12 \text{ дБ};$$

$$L(\omega_5) = 20 \lg \frac{1}{0,018} = 20 \lg 12,7 = 20 \cdot 1,13 = 22,6 \text{ дБ}.$$

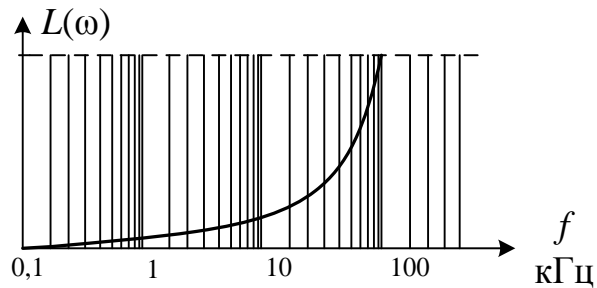


Рисунок 3.6

Межа смуги пропускання f_n визначається з умови

$$K(f_n) = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f_n T)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}},$$

звідки

$$2\pi f_n T = 1. \text{ Таким чином } f_n = \frac{1}{2\pi T} = \frac{1}{2\pi \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = 7,36 \text{ кГц}.$$

Задача 3.2

Побудувати логарифмічну фазочастотну характеристику цього ж кола.

Розв'язання

З відношення (3.3) знаходимо аргумент КПФ

$$\varphi(\omega) = -\arctg \omega T.$$

Обчислюємо значення $\varphi(\omega)$ для п'яти значень частоти (кГц) – 1, 10, 25, 50, 100;

$$\varphi(\omega_1) = -\arctg(2\pi \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-5}) = -\arctg 0,126 = -1,2^\circ;$$

$$\varphi(\omega_2) = -\arctg(2\pi \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-5}) = -\arctg 1,26 = -51,5^\circ;$$

$$\varphi(\omega_3) = -\arctg(2\pi \cdot 25 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-5}) = -\arctg 3,15 = -72,4^\circ;$$

$$\varphi(\omega_4) = -\arctg(2\pi \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-5}) = -\arctg 6,3 = -81^\circ;$$

$$\varphi(\omega_5) = -\arctg(2\pi \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-5}) = -\arctg 12,6 = -85,5^\circ.$$

Графік логарифмічної фазочастотної характеристики (ЛФЧХ) наведено на рис.3.7.

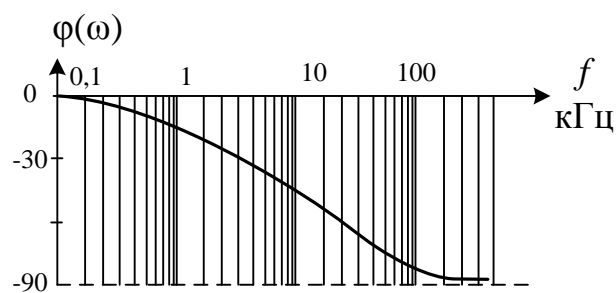


Рисунок 3.7

3.2. Дійсна та уявна частотні характеристики $P(\omega)$ та $Q(\omega)$

Комплексна передатна функція $K(j\omega)$ може бути представлена в такій формі запису:

$$K(j\omega) = K(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = K(\omega)\cos\varphi(\omega) + jK(\omega)\sin\varphi(\omega) = P(\omega) + jQ(\omega). \quad (3.4)$$

$$P(\omega) = K(\omega)\cos\varphi(\omega), \quad (3.5)$$

де $P(\omega)$ – дійсна частина КПФ – дійсна частотна характеристика.

$$Q(\omega) = K(\omega)\sin\varphi(\omega), \quad (3.6)$$

де $Q(\omega)$ – уявна частина КПФ – уявна частотна характеристика.

Зауважимо, що

$$K(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}, \quad (3.7)$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}. \quad (3.8)$$

Перший доданок (дійсний) утворюється з членів, що містять $j\omega$ та $\frac{1}{j\omega}$ у парному степені, другий – у непарному. Тому $P(\omega)$ парна функція частоти, а $Q(\omega)$ – непарна. Обидві характеристики, дійсну та уявну, подібно до амплітудно-частотної характеристики, можна будувати в звичайному і логарифмічному масштабах (див. задачу 3.1).

Задача 3.3

Для електричного кола, зображеного на рис. 3.3, визначити і побудувати дійсну $P(\omega)$ та уявну $Q(\omega)$ частотні характеристики.

Розв'язання

У розв'язанні задачі 3.1 отримана КПФ розглянутого кола

$$K(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega T}.$$

Помножимо чисельник та знаменник на комплексний вираз, спряжений знаменнику:

$$K(j\omega) = \frac{1 - j\omega T}{(1 + j\omega T)(1 - j\omega T)} = \frac{1}{1 + \omega^2 T^2} - j \frac{\omega T}{1 + \omega^2 T^2}.$$

Перший доданок є виразом дійсної частотної характеристики:

$$\frac{1}{1 + \omega^2 T^2} = P(\omega),$$

другий доданок – уявна частотна характеристика:

$$- \frac{\omega T}{1 + \omega^2 T^2} = Q(\omega).$$

Зауважимо, що знак $P(\omega)$ при зміні знака ω не змінюється, а знак $Q(\omega)$ змінюється (парна та непарна функції частоти). Для побудови дійсної та уявної характеристик можна скористатися розрахунками, виконаними в задачах 3.1, 3.2, та визначити числові значення $P(\omega)$ і $Q(\omega)$ на частотах

$f_1 = 1\text{кГц}, f_2 = 10\text{кГц}, f_3 = 25\text{кГц}, f_4 = 50\text{кГц}, f_5 = 100\text{кГц}$ за співвідношеннями

$$P(\omega) = K(\omega)\cos\varphi(\omega), \quad Q(\omega) = K(\omega)\sin\varphi(\omega).$$

Знаходимо значення $P(\omega)$ та $Q(\omega)$, використовуючи отримані в задачі 3.1 значення $K(\omega)$ та $\varphi(\omega)$ на частотах f_1, f_2, f_3, f_4 і f_5 :

$$P(\omega_1) = K(\omega_1)\cos\varphi(\omega_1) \cong 1\cos(-7,2^\circ) = 0,992,$$

$$Q(\omega_1) = K(\omega_1)\sin\varphi(\omega_1) \cong 1\sin(-7,2^\circ) = -0,125;$$

$$P(\omega_2) = K(\omega_2)\cos\varphi(\omega_2) = 0,62\cos(-51,5^\circ) = 0,386,$$

$$Q(\omega_2) = K(\omega_2)\sin\varphi(\omega_2) = 0,62\sin(-51,5^\circ) = -0,485;$$

$$P(\omega_3) = K(\omega_3)\cos\varphi(\omega_3) = 0,30\cos(-72,5^\circ) = 0,09,$$

$$Q(\omega_3) = K(\omega_3)\sin\varphi(\omega_3) = 0,30\sin(-72,5^\circ) = -0,286;$$

$$P(\omega_4) = K(\omega_4)\cos\varphi(\omega_4) = 0,16\cos(-81^\circ) = 0,025,$$

$$Q(\omega_4) = K(\omega_4)\sin\varphi(\omega_4) = 0,16\sin(-81^\circ) = -0,158;$$

$$P(\omega_5) = K(\omega_5)\cos\varphi(\omega_5) = 0,078 \cdot 0,078 = 0,006,$$

$$Q(\omega_5) = K(\omega_5)\sin\varphi(\omega_5) = -0,01.$$

За цими даними на рис.3.8 побудовані дійсна та уявна частотні характеристики у прямокутній системі координат.

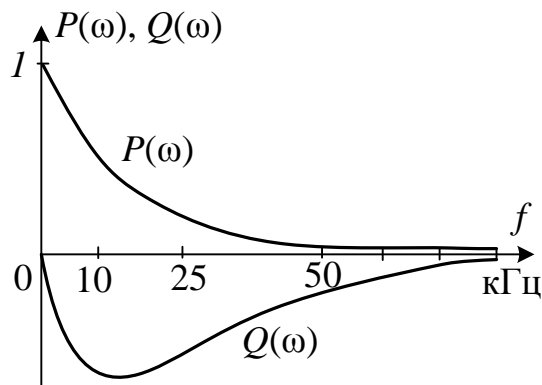


Рисунок 3.8

3.3 Амплітудно-фазова характеристика (АФХ)

Амплітудно-фазова характеристика комплексної передатної функції $K(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega)$ будується на площині у вигляді залежності

$Q(\omega) = f[P(\omega)]$. По осі абсцис відкладається дійсна характеристика $P(\omega)$, на осі ординат – уявна $Q(\omega)$.

Кожному значенню частоти відповідають певні величини $P(\omega)$ та $Q(\omega)$, а значить і певна точка на площині. На рис.3.9 показана точка A , що відповідає деякій частоті ω_1 і точка B , що відповідає іншій частоті ω_2 . Відрізок (вектор), проведений від початку координат до точки A чи B , дорівнюватиме, згідно із (3.7), $K(\omega_1)$ або $K(\omega_2)$, і буде, згідно із (3.8), повернений відносно осі абсцис на кут $\varphi(\omega_1)$ або $\varphi(\omega_2)$. При зміні частоти кінець вектора переміщується за деякою кривою, що є його годографом. Ця крива і є графіком амплітудно-фазової характеристики, що об'єднує в собі і амплітудно-частотну і фазо-частотну характеристики, але втрачає явну залежність від частоти.

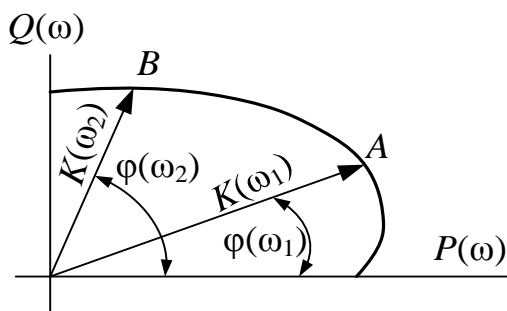


Рисунок 3.9

Амплітудно-фазова характеристика може бути побудована в логарифмічному масштабі, але не в прямокутній, а в полярній системі координат (рис.3.10). При цьому $\rho = L(\omega)$ вимірюється в белах або в децибелах, а $\varphi(\omega)$ в градусах або в радіанах.

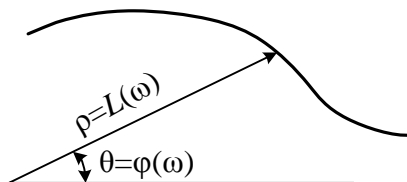


Рисунок 3.10

Амплітудно-фазова характеристика деяких простих кіл, побудована в прямокутній системі координат, має вигляд кола з центром на осі абсцис (рис. 3.11).

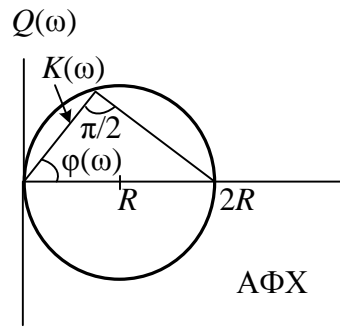


Рисунок 3.11

Рівняння такого кола, записане в полярній формі, має вигляд:

$$K(\omega) = 2R \cos \varphi(\omega). \quad (3.9)$$

Задача 3.4

Побудувати амплітудно-фазову характеристику (АФХ) електричного кола, зображеного на рис 3.3, у звичайному масштабі в прямокутній системі координат.

Розв'язання

Скориставшись отриманими в задачі 3.3 виразами амплітудно-частотної та дійсної характеристик розглянутого кола, можна визначити:

$$\cos \varphi(\omega) = \frac{P(\omega)}{K(\omega)} = \frac{1}{1 + \omega^2 T^2} \div \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} = K(\omega).$$

Порівняння рівності $K(\omega) = \cos \varphi(\omega)$ з (3.9) дозволяє встановити, що в даному випадку АФХ в прямокутній системі координат ($P(\omega)$ та $Q(\omega)$) має вигляд кола з радіусом $\frac{1}{2}$ (оскільки $2R = 1$) і центром у точці $\left[\frac{1}{2}, 0\right]$ (рис. 3.11).

Скориставшись обчисленими в задачах 3.1–3.3 значеннями $K(\omega)$, $\varphi(\omega)$, $P(\omega)$, $Q(\omega)$ для частот $f_1 = 1 \text{ кГц}$, $f_2 = 10 \text{ кГц}$, $f_3 = 25 \text{ кГц}$, $f_4 = 50 \text{ кГц}$, $f_5 = 100 \text{ кГц}$, наносимо відповідні точки на АФХ, побудовану у звичайному масштабі (рис. 3.12). Зауважимо, що робочою частиною кола є її нижня половина, оскільки $Q(\omega) < 0$.

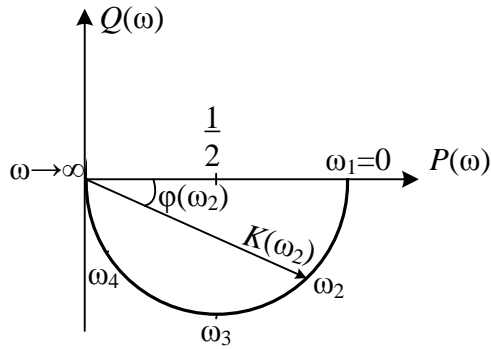


Рисунок 3.12

Задача 3.5

Побудувати АФХ електричного кола, зображеного на рис.3.3, у логарифмічному масштабі.

Розв'язання

Побудова виконується в полярній системі координат, де

$$\rho(Q) = L(\omega), \quad \theta = \varphi(\omega).$$

Центр системи координат – в точці 0. Лінія відліку кута $\theta = \varphi(\omega)$ – промінь OA . Побудова (рис.3.13) виконується по точкам для частот f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 .

Числові значення $L(\omega)$ та $\varphi(\omega)$ для цих точок взяті з рішень задач 3.1 $[L(\omega)]$ та 3.2 $[\varphi(\omega)]$.

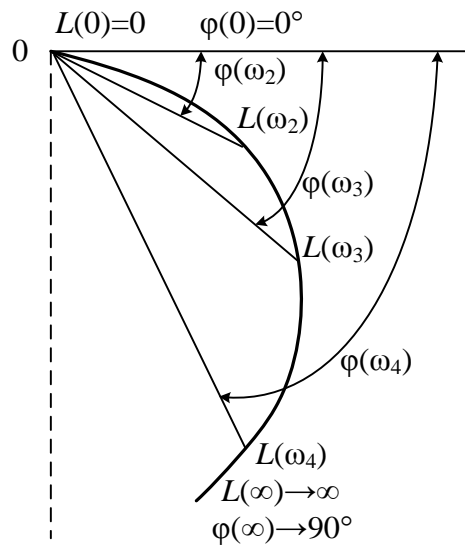


Рисунок 3.13

4. ЧАСТОТНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТИПОВИХ ЛАНОК

В теорії автоматичного управління прийнято ділити типові ланки на три основні групи. Критерієм, що визначає приналежність ланки до цієї чи іншої групи, є значення амплітудно-частотної характеристики при постійному режимі (при нульовій частоті), тобто значення $K(0)$.

4.1 Класифікація ланок

Перша група – *пропорційні ланки*:

$$K(0) = K, \quad (4.1)$$

де K – постійна величина, зокрема рівна 1, але не рівна 0.

Якщо $K(\omega)$ ланки не залежить від частоти та при будь-якій частоті дорівнює K , тоді ланка називається *підсилювальною*.

Якщо АЧХ ланки $K(\omega)$ залежить від частоти і схема електричного кола ланки містить один накопичувальний елемент (L або C), тоді ланка називається *пропорційною аперіодичною*.

Якщо АЧХ $K(\omega)$ залежить від частоти і схема електричного кола ланки містить два різних накопичувальних елемента (L і C), що визначає можливість обміну енергією між електричними та магнітними полями і можливість виникнення резонансу, тоді ланка називається *пропорційною коливальною*.

Основна ознака ланок першої групи – пропорційність вихідної та вхідної величини при постійному режимі ($\omega = 0$).

Друга група – *диференціюючі ланки*.

Основна ознака:

$$K(0) = 0. \quad (4.2)$$

При постійному режимі такі ланки не пропускають сигнал – вихідна величина дорівнює нулю, що відповідає диференціюванню постійної величини. Якщо амплітудно-частотна характеристика – похила пряма, тоді ланка ідеальна диференціююча.

Якщо схема ланки містить один накопичувальний елемент, тоді ланка – диференціююча аперіодична, а якщо два різних – ланка диференціююча коливальна.

Третя група – *інтегруючі ланки*:

$$K(0) \rightarrow \infty. \quad (4.3)$$

Умова (4.3), як буде показано при розгляді часового методу аналізу, відповідає нескінченному зростанню вихідної величини при постійній вхідній величині, що збігається з інтегралом від постійної величини:

$$(\int a dt = at \rightarrow \infty \quad t \rightarrow \infty).$$

Ланки третьої групи можуть бути ідеальними (в пасивних колах практично неможливо реалізувати) і реальними. Для реальних ланок критерій $K(0) \rightarrow \infty$ виконується наближено за певних умов.

4.2. Ідеальні підсилюючі ланки

Почнемо розгляд з одноелементного кола – резистору з опором R . Це коло є двополусником. За вхідну величину приймаємо напругу \underline{U} . Вихідною величиною є струм \underline{I} .

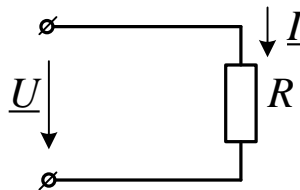


Рисунок 4.1

Комплексною передавальною функцією за визначенням буде

$$K(j\omega) = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = K(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = \frac{1}{R} = K_0. \quad (4.4)$$

Амплітудно-частотна характеристика

$$K(\omega) = \frac{1}{R} = K_0$$

має розмірність провідності і від частоти не залежить.

Фазочастотна характеристика $\varphi(\omega) = 0$.

Отже, дійсна та уявна характеристики відповідно мають вигляд

$$P(\omega) = K(\omega)\cos\varphi(\omega) = K_0,$$

$$Q(\omega) = K(\omega)\sin\varphi(\omega) = 0.$$

Графіки частотних характеристик цього кола зображені на рис 4.2, де показані а – амплітудно-частотна характеристика (АЧХ), б – фазочастотна характеристика, в – дійсна частотна характеристика, г – уявна частотна

характеристика, д – амплітудно-фазова характеристика. Амплітудно-фазова характеристика (рис. 4.2, д), побудована на основі рис 4.2, в і 4.2, г, являє собою точку, що лежить на дійсній осі на відстані K_0 від початку координат.

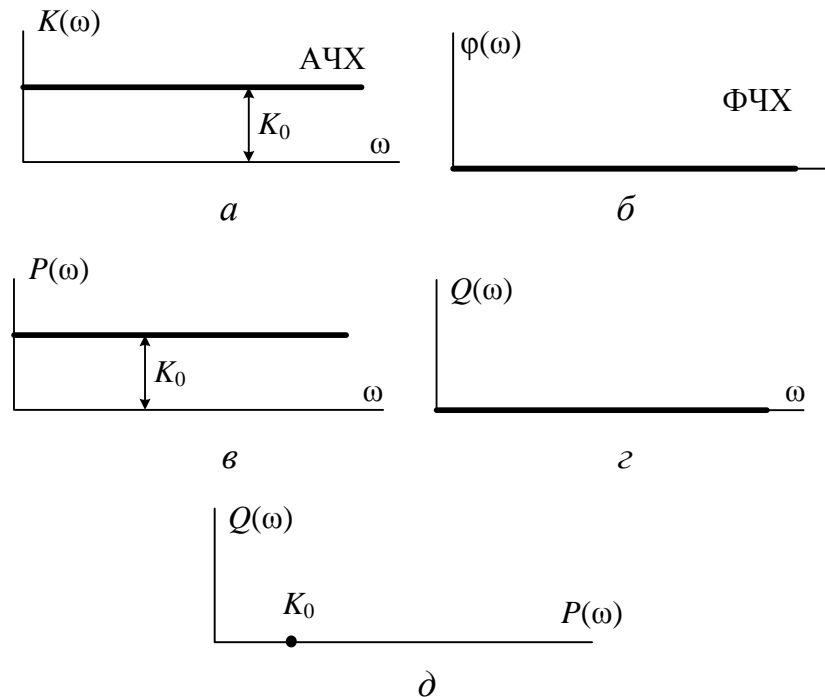


Рисунок 4.2

Ланки систем автоматичного управління, як правило, є не двополіусниками, а чотиріполіусниками, і вхідні та вихідні величини є напругами. Цьому умовно відповідає підсилювальне коло, схема якого наведена на рис 4.3.

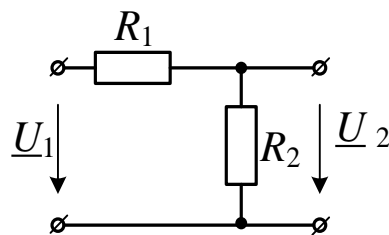


Рисунок 4.3

Коло є чотиріполіусником. Вхідною величиною є напруга на вході \underline{U}_1 , вихідною – напруга на виході \underline{U}_2 .

КПФ:

$$K(j\omega) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

Якщо ввести позначення (4.4), то

$$K(j\omega) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = K_0. \quad (4.5)$$

При цьому частотні характеристики, наведені на рис. 4.2, будуть відповідати і розглянутого випадку. Слід лише врахувати, що тут K_0 – величина безрозмірна.

У цьому випадку K_0 (коефіцієнт посилення) менший за одиницю, оскільки $R_1 + R_2 > R_2$. У загальному випадку підсилююче коло може мати коефіцієнт посилення більший за одиницю. Для цього ланка має містити пристрої (електронні лампи, транзистори), за допомогою яких може бути отриманий ефект посилення.

Смуга пропускання підсилюючої ланки нескінченно велика.

4.3. Ідеальні диференціюючі і інтегруючі ланки

Частотні характеристики ідеальної диференціюючої та інтегруючої ланок отримаємо, розглядаючи одноелементні кола, з елементами C і L (рис. 4.4, а і б). Кожен з цих двополусників виконує операцію диференціювання і інтегрування в залежності від того, яка величина (струм або напруга) прийнята за вхідну, а яка – за вихідну. Якщо вхідна величина – напруга, а вихідна – струм, тоді КПФ в елементі C :

$$K(j\omega) = Y(j\omega) = j\omega C = C\omega e^{j\pi/2}. \quad (4.6)$$

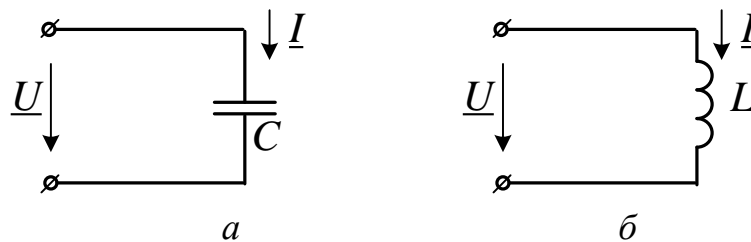


Рисунок 4.4

В елементі L подібні вирази отримаємо, вважаючи, що вхідна величина – струм, а вихідна – напруга. Тоді

$$K(j\omega) = Z(j\omega) = j\omega L = L\omega e^{j\pi/2}. \quad (4.7)$$

У розглянутих випадках КПФ є добутком (див. (4.6) та (4.7)) двох КПФ: КПФ підсилювальної (ідеальної) ланки (множники C і L) та ідеальної диференціюючої ланки (множник $j\omega$), бо, як відомо, для гармонійної величини множник $j\omega$ є оператором диференціювання. Очевидно, умова (4.2), що визначає другу групу ланок, задовольняється. Звичайно, із елементів

C і L не можна фізично виділити реальну диференціюючу ланку без підсилювальної ланки (множники C і L), але зі співвідношень (4.6) і (4.7) можна отримати всі частотні характеристики ідеальної диференціюючої ланки.

Аналітичні вирази цих характеристик визначаються співвідношеннями (4.8) – (4.12) :

$$K_d(j\omega) = j\omega = \omega e^{j\pi/2}, \quad (4.8)$$

$$K_d(\omega) = \omega, \quad (4.9)$$

$$\varphi_d(\omega) = \pi/2, \quad (4.10)$$

$$P_d(\omega) = 0, \quad (4.11)$$

$$Q_d(\omega) = \omega. \quad (4.12)$$

Графіки частотних характеристик зображені на рис. 4.5.

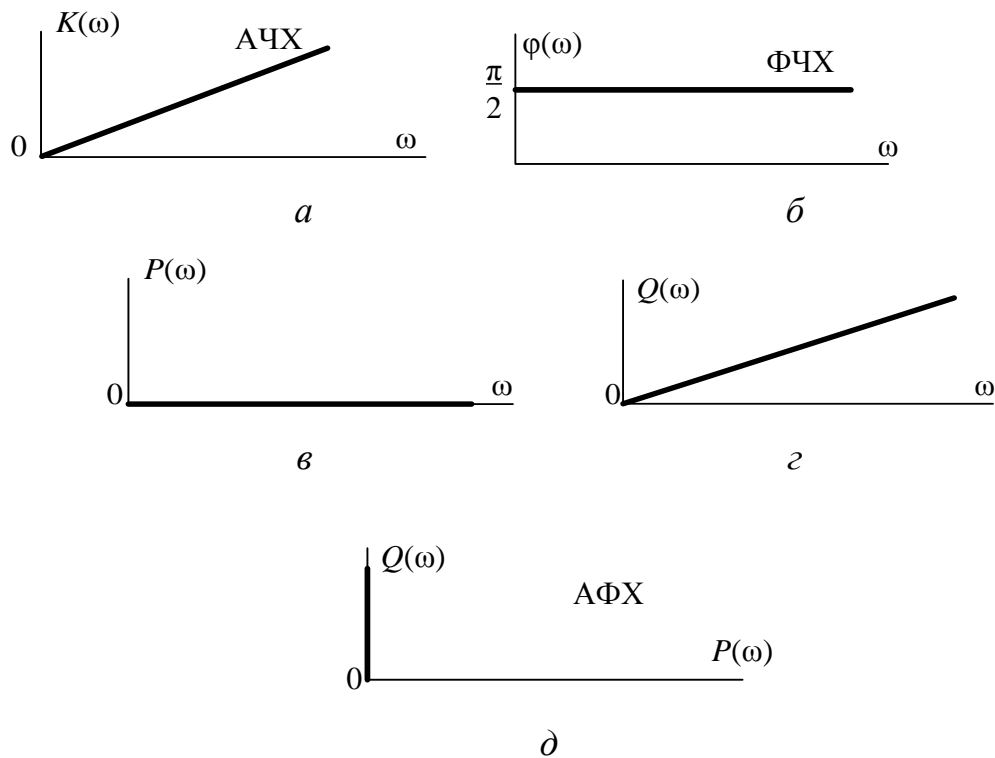


Рисунок 4.5

Амплітудно-фазова характеристика являє собою позитивну вертикальну піввісь. Початок координат відповідає $\omega = 0$.

Щоб отримати інтегруючу ланку, треба в елементі C вважати вихідною величиною напругу, вхідною – струм, а в елементі L – навпаки.

Тоді в елементі C КПФ має вигляд

$$K(j\omega) = Z(j\omega) = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{\omega C} e^{-j\pi/2}, \quad (4.13)$$

в елементі L

$$K(j\omega) = Z(j\omega) = \frac{1}{j\omega L} = \frac{1}{\omega L} e^{-j\pi/2}. \quad (4.14)$$

У правих частинах (4.13) та (4.14) записані добутки КПФ двох ланок: підсилювальної $\left(\frac{1}{C} \text{ та } \frac{1}{L}\right)$ та ідеальної інтегруючої $\left(\frac{1}{j\omega}\right)$. Умова (4.3), що визначає третю групу ланок, задовольняється. Нижче записані аналітичні вирази всіх частотних характеристик інтегруючої ланки (4.15) – (4.19)

$$K_i(j\omega) = \frac{1}{j\omega} = \frac{1}{\omega} e^{-j\pi/2}, \quad (4.15)$$

$$K_i(\omega) = \frac{1}{\omega}, \quad (4.16)$$

$$\varphi_i(\omega) = -\pi/2, \quad (4.17)$$

$$P_i(\omega) = 0, \quad (4.18)$$

$$Q_i(\omega) = -\frac{1}{\omega}. \quad (4.19)$$

Графіки частотних характеристик зображені на рис. 4.6.

Амплітудно-фазова характеристика являє собою негативну вертикальну піввісь. Початок координат відповідає $\omega \rightarrow \infty$.

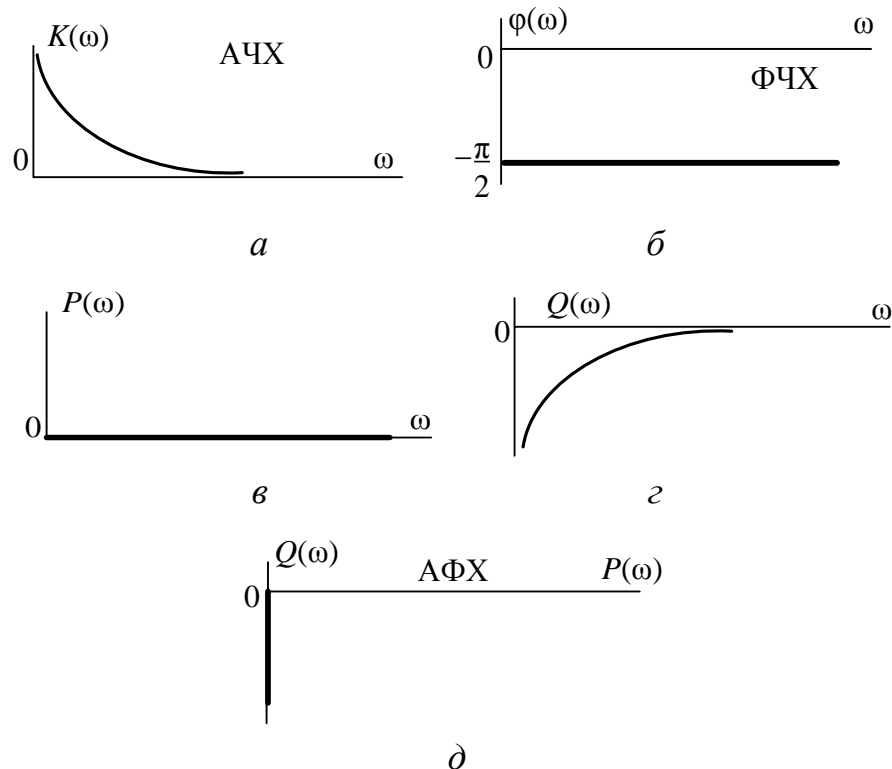


Рисунок 4.6

4.4. Реальна диференціююча аперіодична ланка

Схема реальної диференціюючої ланки наведена на рис. 4.7, а, б.

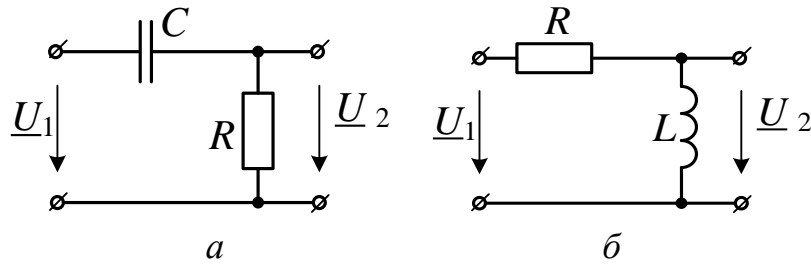


Рисунок 4.7

Комплексні передавальні функції кіл, зображених на рис 4.7, а і б, є однаковими, якщо їх записати через постійну часу T , що дорівнює L/R для кола R, L , і дорівнює RC для кола R, C .

Для кола RL :

$$K(j\omega) = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} = \frac{1}{1 + \frac{R}{j\omega L}} = \frac{1}{1 - j\frac{1}{\omega T}}.$$

Для кола RC :

$$K(j\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega RC}} = \frac{1}{1 - j\frac{1}{\omega T}}.$$

Таким чином, КПФ реальної диференціюючої аперіодичної ланки має вигляд:

$$K(j\omega) = \frac{1}{1 - j\frac{1}{\omega T}}. \quad (4.20)$$

Амплітудно-частотна характеристика (АЧХ)

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 T^2}}}. \quad (4.21)$$

Фазочастотна характеристика (ФЧХ)

$$\varphi(\omega) = 0 - \left(-\arctg \frac{1}{\omega T} \right) = \arctg \frac{1}{\omega T}. \quad (4.22)$$

Помноживши чисельник і знаменник (4.20) на комплексно спряжену зі знаменником функцію, отримаємо:

$$K(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) = \frac{1}{1 + \frac{1}{\omega^2 T^2}} + j \frac{\frac{1}{\omega T}}{1 + \frac{1}{\omega^2 T^2}},$$

звідки

$$P(\omega) = \frac{1}{1 + \frac{1}{\omega^2 T^2}}, \quad (4.23)$$

$$Q(\omega) = \frac{\frac{1}{\omega T}}{1 + \frac{1}{\omega^2 T^2}}. \quad (4.24)$$

Щоб знайти межу смуги пропускання ω_n , приймаємо рівним $\frac{1}{\sqrt{2}}$ значення $K(\omega_n)$ у (4.21)

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega_n^2 T^2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}},$$

звідки

$$\frac{1}{\omega_n^2 T^2} = 1 \text{ та } \omega_n = \frac{1}{T}. \quad (4.25)$$

Смуга пропускання розташована праворуч від ω_n до $\omega \rightarrow \infty$.

Визначимо за (4.22) та (4.25) значення $\varphi(\omega_n)$:

$$\varphi(\omega_n) = \arctg \frac{1}{\frac{1}{T} \cdot T} = \arctg 1 = \frac{\pi}{4}.$$

$P(\omega_n)$ визначається підстановкою $\frac{1}{\omega_n^2 T^2} = 1$ в (4.23) і дорівнює

$$P(\omega_n) = \frac{1}{2}.$$

Неважко показати, що $Q(\omega_n) = \frac{1}{2}$ і є максимальним значенням уявної частотної характеристики.

Для цього знаходимо похідну (4.24) і, прирівнюючи її до нуля, визначаємо відповідне максимуму $Q(\omega)$ значення частоти ω_1 :

$$Q'(\omega) = \frac{T(1 + \omega^2 T^2) - \omega T \cdot 2\omega T^2}{(1 + \omega^2 T^2)^2} = 0,$$

$$T(1 + \omega_1^2 T^2) - \omega_1 T \cdot 2\omega_1 T^2 = 0,$$

звідки

$$\omega_1 = \frac{1}{T} = \omega_n; Q(\omega_n) = Q(\omega)|_{\max} = \frac{1}{2}.$$

Рівняння амплітудно-фазової характеристики (АЧХ) отримаємо, записавши $\cos\varphi(\omega)$, як відношення $P(\omega)$ до $K(\omega)$ за (4.23) та (4.21):

$$\cos\varphi(\omega) = \frac{P(\omega)}{K(\omega)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\omega^2 T^2}} \div \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 T^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 T^2}}} = K(\omega).$$

Порівняння отриманої рівності $K(\omega) = \cos\varphi(\omega)$ з (3.9) дозволяє прийти до висновку, що амплітудно-фазова характеристика має вигляд верхньої (згідно (4.24) $Q(\omega) > 0$) половини окружності, радіус якої дорівнює $\frac{1}{2}$, а центр розташований в точці $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$. Частотні характеристики реальної диференціюючої аперіодичної ланки побудовані на рис. 4.8.

Розташування точок $\omega = 0$, $\omega = \omega_n$, $\omega \rightarrow \infty$ на графіку АФХ відповідає значенням $P(\omega)$ і $Q(\omega)$ на цих частотах.

Зауважимо, що комплексну передавальну функцію реальної аперіодичної диференціюючої ланки можна представити, як добуток трьох передавальних функцій: ідеальної диференціюючої ланки $j\omega$, ідеальної підсилювальної ланки T та інерційної ланки $\frac{1}{1 + j\omega T}$, яку буде розглянуто в наступному розділі.

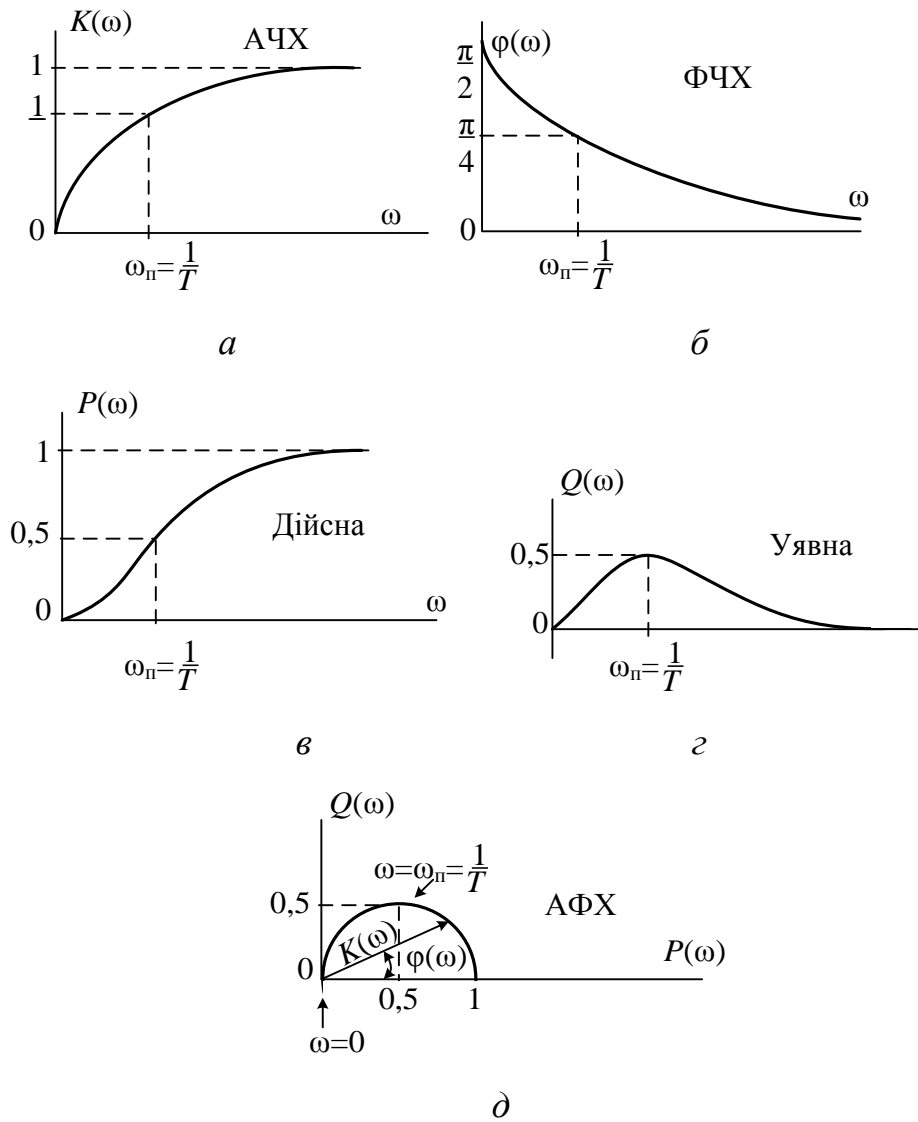


Рисунок 4.8

Дійсно,

$$K(j\omega) = \frac{j\omega T}{1 + j\omega T} = j\omega T \frac{1}{1 + j\omega T}.$$

При $\omega \ll \omega_n$ коло виконує операцію диференціювання поданої на вхідні затискачі напруги. Умова $\omega \ll \omega_n$ відповідає нерівності

$$\omega \ll \frac{1}{T} \text{ або } \frac{1}{\omega T} \gg 1.$$

При цьому $K(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega T} \cong j\omega T.$

Коло виконує операцію диференціювання ($j\omega$ – КПФ диференціюючої ланки), другий множник T відповідає ідеальній підсилювальній ланці. Чим

меншим є T , тим сильнішою є нерівність (4.26) і точнішою є операція диференціювання, але і більшим є згасання, тобто меншою є вихідна напруга.

4.5 Інерційна ланка

Схема інерційної ланки зображена на рис. 4.9, а, б.

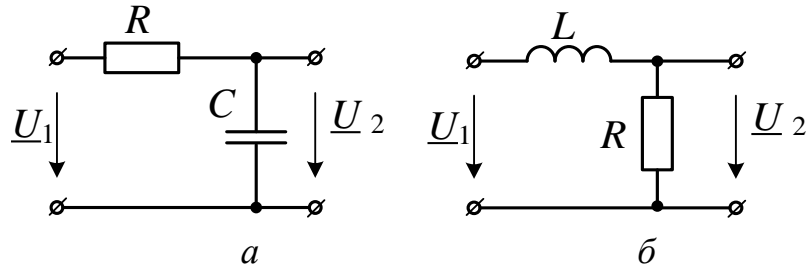


Рисунок 4.9

Комплексні передавальні функції кіл, зображених на рис. 4.9, а і 4.9, б, під час запису через постійну часу T однакові.

$$\text{Для кола } R, L: K(j\omega) = \frac{R}{R + j\omega L} = \frac{1}{1 + j\omega T}.$$

$$\text{Для кола } R, C: K(j\omega) = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j\omega T}.$$

Таким чином, комплексна передавальна функція інерційної ланки має вигляд

$$K(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega T}. \quad (4.27)$$

Амплітудно-частотна характеристика (АЧХ)

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}. \quad (4.28)$$

Фазочастотна характеристика (ФЧХ)

$$\varphi(\omega) = -\arctg \omega T. \quad (4.29)$$

Перемноживши чисельник і знаменник правої частини (4.27) на комплексно спряжену зі знаменником функцію отримаємо

$$K(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) = \frac{1}{1 + \omega^2 T^2} - j \frac{\omega T}{1 + \omega^2 T^2},$$

звідки

$$P(\omega) = \frac{1}{1 + \omega^2 T^2}, \quad (4.30)$$

$$Q(\omega) = -\frac{\omega T}{1 + \omega^2 T^2}. \quad (4.31)$$

Щоб знайти межу смуги пропускання, приймаємо рівним $\frac{1}{\sqrt{2}}$ значення $K(\omega_n)$ в (4.28) :

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \omega_n^2 T^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Звідки } \frac{1}{\omega_n^2 T^2} = 1 \text{ та } \omega_n = \frac{1}{T}.$$

$$\text{Ширина смуги пропускання } \Delta\omega_n = \omega_n = \frac{1}{T}.$$

Визначимо за (4.29) значення $\varphi(\omega_n)$:

$$\varphi(\omega_n) = -\arctg \omega_n T = -\arctg \frac{1}{T} T = -\arctg 1 = -\frac{\pi}{4}$$

$$\text{Підставляючи в (4.30) } \omega_n T = 1, \text{ отримаємо } P(\omega_n) = \frac{1}{2}.$$

Щоб побудувати уявну частотну характеристику $Q(\omega)$ знайдемо частоту ω_1 , що відповідає мінімуму цієї характеристики.

$$Q'(\omega) = \frac{T(1 + \omega_1^2 T^2) - \omega_1 T \cdot 2\omega_1 T^2}{(1 + \omega_1^2 T^2)^2} = 0,$$

$$T(1 + \omega_1^2 T^2) - \omega_1 T \cdot 2\omega_1 T^2 = 0, \quad 1 - \omega_1^2 T^2 = 0,$$

$$\omega_1 = \frac{1}{T} = \omega_n; \quad Q(\omega)|_{\min} = Q(\omega_n) = Q(\omega_1) = -\frac{1}{2}.$$

Рівняння амплітудно-фазової характеристики (АФХ) отримаємо, визначивши $\cos\varphi(\omega)$, як відношення $P(\omega)$ до $K(\omega)$ за (4.30) и (4.20):

$$\cos\varphi(\omega) = \frac{P(\omega)}{K(\omega)} = \frac{1}{1 + \omega^2 T^2} \div \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} = K(\omega).$$

Порівняння отриманої рівності $K(\omega) = \cos\varphi(\omega)$ із (3.9) дозволяє прийти до висновку, що амплітудно-фазова характеристика має вигляд нижньої (згідно (4.31) $Q(\omega) < 0$) половини кола з радіусом, рівним $\frac{1}{2}$, і центром, розташованим в точці $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$.

Частотні характеристики інерційної ланки побудовані на рис. 4.10. Розташування точок $\omega = 0$, $\omega = \omega_n$, $\omega \rightarrow \infty$ на графіку АФХ відповідає значенням $P(\omega)$ та $Q(\omega)$ при цих частотах. При $\omega \gg \omega_n$, тобто далеко від межі смуги пропускання (поза смугою пропускання), інерційна ланка поводить ся, як інтегруюча.

Умова $\omega \gg \omega_n$ відповідає умові

$$\omega \gg \frac{1}{T} \text{ або } \omega T \gg 1. \quad (4.33)$$

При цьому

$$K(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega T} \cong \frac{1}{j\omega T} = \frac{1}{T} \cdot \frac{1}{j\omega}. \quad (4.34)$$

Відповідно до умови (4.33), коло виконує операцію інтегрування, та інерційна ланка поводить ся, як каскадне з'єднання двох ланок: підсилювальної $\left(\frac{1}{T}\right)$ та ідеальної інтегруючої $\left(\frac{1}{j\omega}\right)$. Тому в радіотехнічній літературі інерційна ланка називається реальною інтегруючою ланкою. Прийнятій в теорії автоматичного управління класифікації ланок (див. п. 4.1) це не відповідає. Відповідно до цієї класифікації, інерційна ланка відповідає критерію (п. 4.1), тобто $K(0) = 1$ і належить до першої групи (пропорційних ланок).

Зауважимо, що чим більша T , тим сильніша нерівність (4.33) і тим точніша операція інтегрування, але і тим менша вихідна напруга (сильніше згасання).

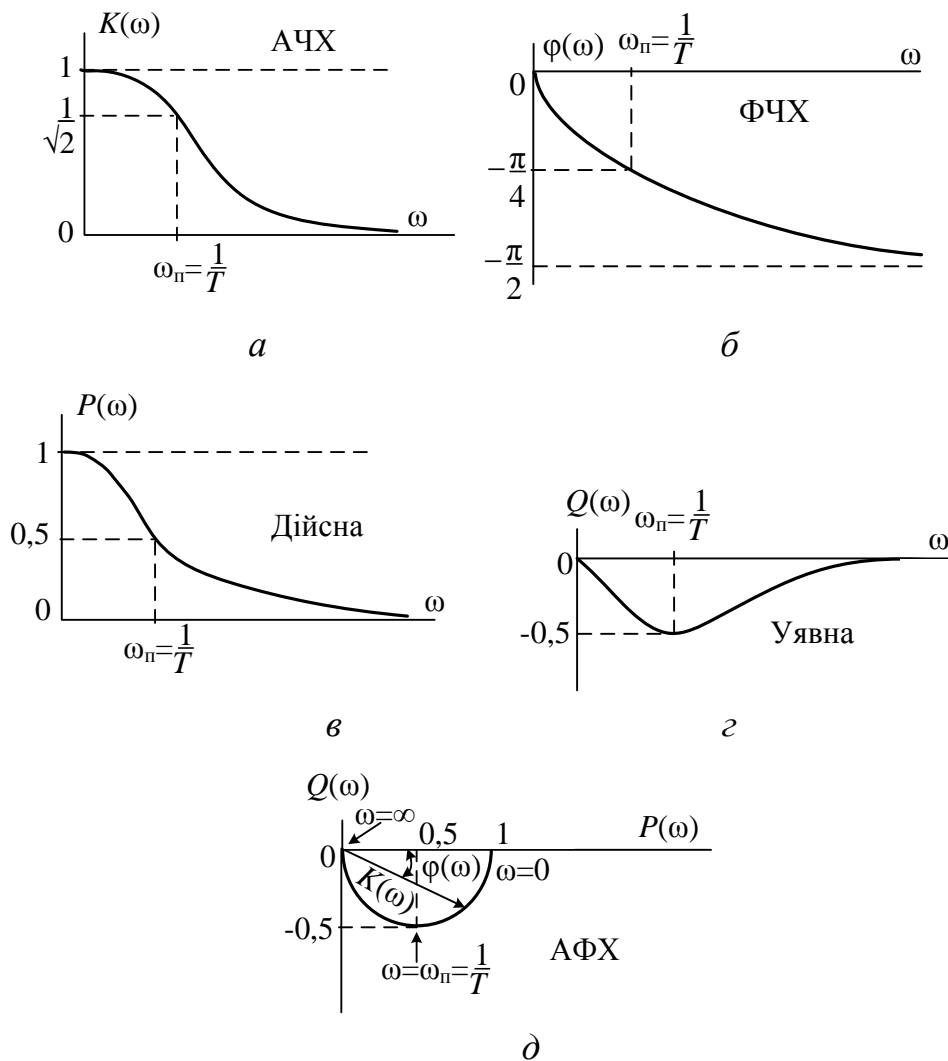


Рисунок 4.10

4.6. Коливальна ланка – коло з двома різними накопичувачами енергії (L і C)

Обмежимося розглядом послідовного контуру (рис. 4.11, а і б). Вхідна величина – загальна напруга \underline{U}_1 , вихідною величиною будемо вважати напругу на елементі R (U_R), а потім – напругу на елементі C (U_C).

В першому варіанті
КПФ:

$$K_R(j\omega) = \frac{R}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}, \quad (4.35)$$

АЧХ:

$$K_R(\omega) = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \quad (4.36)$$

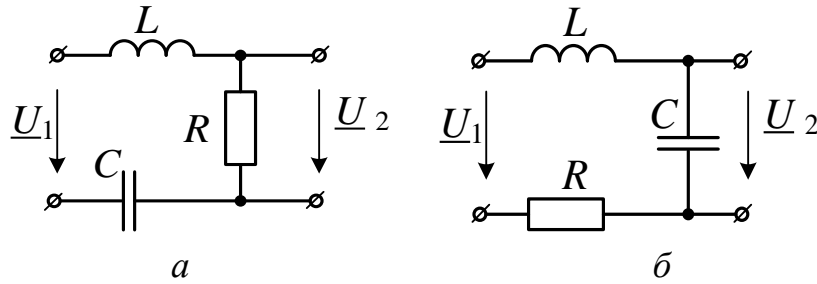


Рисунок 4.11

Як впливає з (4.36), $K(0) = 0$ і, отже, розглянутий варіант (рис. 4.11,а) належить до групи диференціюючих ланок (див. п. 4.2).

ФЧХ:

$$\varphi(\omega) = -\arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}, \quad (4.37)$$

АФХ побудована на рис. 4.12.

Знайдемо межі смуги пропускання – частоти ω_1 та ω_2 , виходячи з умови

$$\left(\omega_{1,2}L - \frac{1}{\omega_{1,2}C}\right)^2 = R^2. \quad (4.38, а)$$

Оскільки за цієї умови

$$K_R(\omega_{1,2}) = \frac{R}{\sqrt{R^2 + R^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}},$$

з (4.38, а) випливає

$$\omega_{1,2}L - \frac{1}{\omega_{1,2}C} = \pm R. \quad (4.38, б)$$

Зауважимо, що $\omega_1 < \omega_p$, $\omega_2 > \omega_p$ та $\omega_p = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, (див. резонанс в послідовному контурі).

$$\text{При } \omega = \omega_0 \quad \omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0 \quad K_R(\omega_0) = K_R(\omega)_{\max} = 1.$$

Якщо $\omega < \omega_0$, то реактивний опір $\omega L - \frac{1}{\omega C} < 0$, оскільки у цьому випадку $\omega L < \frac{1}{\omega C}$. Якщо $\omega > \omega_0$, то $\omega L - \frac{1}{\omega C} > 0$.

Звідси випливає, що

$$\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = -R, \quad \omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} = R.$$

Відповідно до(4.37)

$$\varphi(\omega_1) = \frac{\pi}{4}, \quad \varphi(\omega_2) = -\frac{\pi}{4}.$$

Перейдемо до звичної форми рівняння другого порядку

$$\omega_{1,2}^2 LC - 1 = \pm \omega_{1,2} RC, \quad \omega_{1,2}^2 \pm \frac{R}{L} \omega_{1,2} - \omega_0^2 = 0.$$

Розв'язуючи це рівняння, знаходимо межі смуги пропускання

$$\omega_{1,2} = \mp \frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \omega_0^2}.$$

У другому доданку рішення зі знаком «-» відкидається, оскільки при цьому виходить негативна частота, що не має фізичного сенсу.

Отже,

$$\omega_{1,2} = \mp \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \omega_0^2}. \quad (4.39)$$

Ширина смуги пропускання $\Delta\omega_{\pi} = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}$.

Помноживши чисельник і знаменник останнього виразу на ω_0 і враховуючи, що $\omega_0 L = \rho$ (хвильовий опір), а $\frac{\rho}{R} = Q$ (добротність контуру), отримаємо ширину смуги пропускання

$$\Delta\omega_{\pi} = \frac{\omega_0}{Q}.$$

Чим більша добротність, тим вужча смуга пропускання і краща вибірковість (налаштування на потрібний діапазон частот) контуру.

Щоб отримати дійсну та уявну характеристики $P(\omega)$ та $Q(\omega)$, помножимо чисельник і знаменник правої частини на комплексний вираз, спряжений знаменнику. Тоді

$$K_R(j\omega) = \frac{R^2}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} - j \frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)R}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = P_R(\omega) - jQ_R(\omega).$$

Отже,

$$P_R(\omega) = \frac{R^2}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}, \quad (4.41)$$

$$Q_R(\omega) = \frac{-R\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}. \quad (4.42)$$

Дійсна і уявна частотні характеристики побудовані на рис. 4.12. Для побудови графіків цих характеристик обчислені значення $P(\omega)$ та $Q(\omega)$ при частотах $\omega_0, \omega_1, \omega_2, 0, \infty$:

$$P_R(0) = Q_R(0) = 0, \quad P_R(\omega_{1,2}) = \frac{R^2}{2R^2} = \frac{1}{2},$$

$$Q_R(\omega_{1,2}) = \pm \frac{1}{2},$$

$$P_R(\omega_0) = 1, \quad Q_R(\omega_0) = 0,$$

$$P_R(\infty) = Q_R(\infty) = 0.$$

Неважко показати, що похідна $Q'(\omega)$ при $\omega = \omega_{1,2}$ дорівнює нулю і, отже, на цих частотах уявна характеристика $Q(\omega)$ має екстремальні значення $\frac{1}{2}$ та $-\frac{1}{2}$:

$$Q'(\omega) = -R \frac{\left(L + \frac{1}{\omega^2 C}\right) \left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 \right] - \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) 2 \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \left(L + \frac{1}{\omega^2 C}\right)}{\left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 \right]^2}.$$

Підставляємо в цей вираз

$$\left(\omega_{1,2} L - \frac{1}{\omega_{1,2} C}\right)^2 = R^2$$

$$\text{і отримаємо } Q'(\omega)|_{\omega=\omega_{1,2}} = -R \frac{\left(L + \frac{1}{\omega_1^2 C}\right) \cdot (2R^2 - 2R^2)}{(R^2 + R^2)^2} = 0.$$

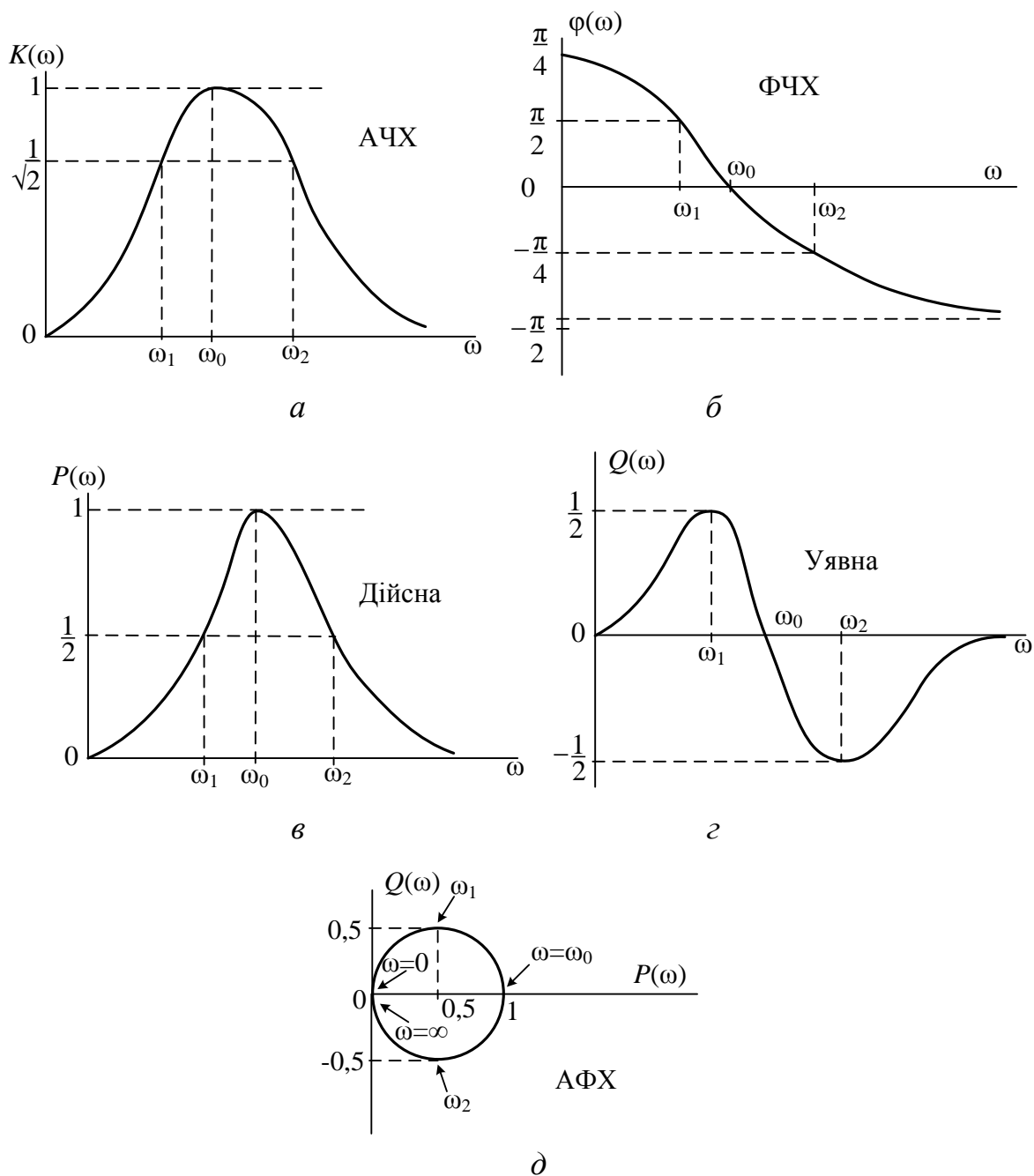


Рисунок 4.12

Амплітудно-фазову характеристику отримаємо вже знайомим шляхом. Згідно (4.36) та (4.41)

$$\cos \varphi(\omega) = \frac{P_R(\omega)}{K_R(\omega)} = K_R(\omega).$$

Співвідношення $K_R(\omega) = \cos \varphi(\omega)$ відповідає колу з радіусом $\frac{1}{2}$ і центром в точці $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$.

Уявна характеристика (див. рис.4.12) може мати і додатні, і від'ємні значення. Тому АФХ представляє в себе все коло. Розташування точок з частотами $\omega = 0$, $\omega = \omega_1$, $\omega = \omega_2$, $\omega = \omega_0$ і $\omega \rightarrow \infty$ на графіку АФХ відповідає значенням $P(\omega)$ та $Q(\omega)$ при цих частотах.

$$K_c(j\omega) = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC} = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\omega \frac{R}{L}}.$$

Для теорії автоматичного управління становить інтерес варіант комплексної передавальної функції контуру, в якому вихідна напруга знімається (вихідної величини) з елемента C (див. рис. 4.11, б).

У цьому варіанті

$$K_c(j\omega) = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC} = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\omega \frac{R}{L}}.$$

Неважко помітити, що $K_c(0) = 1$, отже, при такому варіанті вибору вихідних затискачів (вихідної величини \underline{U}_C) контур належить до групи пропорційних ланок (див. п. 4.1).

Введемо поняття відносного коефіцієнта демпфування ζ і відносної частоти ν :

$$\zeta = \frac{R}{2\rho}, \quad \nu = \frac{\omega}{\omega_0}. \quad (4.43, \text{ а})$$

Зауважимо, що

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{1}{2\zeta} \quad \text{та} \quad \zeta = \frac{1}{2Q}. \quad (4.43, \text{ б})$$

Перетворимо вираз $K_c(j\omega)$, використовуючи символи ζ і ν (4.43, а).

Для цього замінімо $\frac{R}{L} = \frac{R}{L} \cdot \frac{\omega_0}{\omega_0} = \frac{R}{\rho} \omega_0$ на $2\zeta\omega_0$ та отримаємо

$$K_c(j\omega) = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j2\zeta\omega_0\omega}.$$

Поділивши чисельник та знаменник на ω_0^2 замінимо $\frac{\omega}{\omega_0}$ на v , тоді

$$K_C(jv) = \frac{1}{(1-v^2) + j2\zeta v}, \quad (4.44)$$

Амплітудно-частотна характеристика

$$K_C(v) = \frac{1}{\sqrt{(1-v^2)^2 + 4\zeta^2 v^2}}. \quad (4.45)$$

Фазо-частотна характеристика

$$\varphi_C(v) = -\arctg \frac{2\zeta v}{1-v^2}. \quad (4.46)$$

Помноживши чисельник і знаменник правої частини (4.44) на $(1-v^2) - j2\zeta v$ отримаємо дійсну та уявну частотні характеристики (4.47) – (4.48):

$$K_C(jv) = \frac{1-v^2}{(1-v^2)^2 + 4\zeta^2 v^2} - j \frac{2\zeta v}{(1-v^2)^2 + 4\zeta^2 v^2}.$$

$$P_C(v) = \frac{1-v^2}{(1-v^2)^2 + 4\zeta^2 v^2}, \quad (4.47)$$

$$Q_C(v) = -\frac{2\zeta v}{(1-v^2)^2 + 4\zeta^2 v^2}. \quad (4.48)$$

Під час побудови графіку ФЧХ для визначення знаку $\varphi_C(v)$ зручно виходити не з (4.46), а зі співвідношення $\varphi_C(v) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}$.

При $v < 1$ $P_C(v) > 0$, $Q_C(v) < 0$ (див.рис.4.13), що в системі координат $P(\omega)$ та $Q(\omega)$ відповідає четвертому квадранту, де $0 > \varphi_C(v) > -\frac{\pi}{2}$.

При $v > 1$ $P_C(v) < 0$, $Q_C(v) > 0$, що відповідає третьому квадранту, де $-\frac{\pi}{2} > \varphi_C(v) > -\pi$.

Для підтвердження цього висновку зауважимо, що у всьому діапазоні частот уявна характеристика $Q(v)$, яка визначається співвідношенням (4.48), має негативне значення. Отже, амплітудно-фазова характеристика АФХ при всіх значеннях v розташована в нижній половині комплексної площини.

Для побудови графіків частотних характеристик (рис. 4.13) знайдемо значення відносної частоти ν , що дорівнює ν_1 , при якому буде максимум АЧХ. Для цього візьмемо похідну від правої частини (4.45) і прирівняємо її до нуля

$$K'(\nu) = \frac{\frac{1}{2}[(1-\nu^2)^2 + 4\zeta^2\nu^2]^{-1/2}[2(1-\nu^2)(-2\nu) + 8\zeta^2\nu]}{(1-\nu^2)^2 + 4\zeta^2\nu^2}.$$

Правий множник чисельника дорівнює нулю лише за $\nu \rightarrow \infty$. Тому значення ν (не 0 і не ∞) можна визначити, прирівнюючи до нуля другий множник чисельника:

$$[-4(1-\nu_1^2)\nu_1 + 8\zeta^2\nu_1] = 0.$$

Скорочуючи на $4\nu_1$, отримаємо

$$-1 + \nu_1^2 + 2\zeta^2 = 0, \quad \nu_1^2 = 1 - 2\zeta^2, \quad \nu_1 = \sqrt{1 - 2\zeta^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}},$$

(згідно з (4.43, б) $\zeta = \frac{1}{2Q}$).

$$K(\nu_1) = \frac{1}{\sqrt{(1-1+2\zeta^2)^2 + 4\zeta^2(1-2\zeta^2)}} = \frac{1}{2\zeta\sqrt{(1-\zeta^2)}} = \frac{Q}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}.$$

Амплітудно-фазова характеристика в даному випадку не може бути виражена у вигляді рівняння кола, і для побудови її (по точках) використовуються графіки дійсної та уявної характеристик.

Графіки амплітудно-частотної і фазочастотної характеристик вимагають деякого пояснення. При розгляді резонансних кривих в розділі “Гармонійний режим в електричному колі” було показано, що максимум напруги на ємності послідовного контуру настає при частоті, яка менша за резонансну частоту ω_0 . Тому максимум АЧХ розташований ліворуч точки $\nu = 1$ (точка резонансу).

При $\nu \rightarrow \infty$ значення ФЧХ прагне до $-\pi$, оскільки при великій частоті опір контуру прагне до опору його індуктивного елемента і вхідна напруга прагне до напруги на цьому елементі. Як відомо, напруга на елементі L (в даному режимі вона дорівнює вхідній) випереджає струм на $\frac{\pi}{2}$, а напруга на елементі C відстає від струму на $\frac{\pi}{2}$.

В результаті друге (напруга на елементі C) відстає від першого (напруга на елементі L) на π .

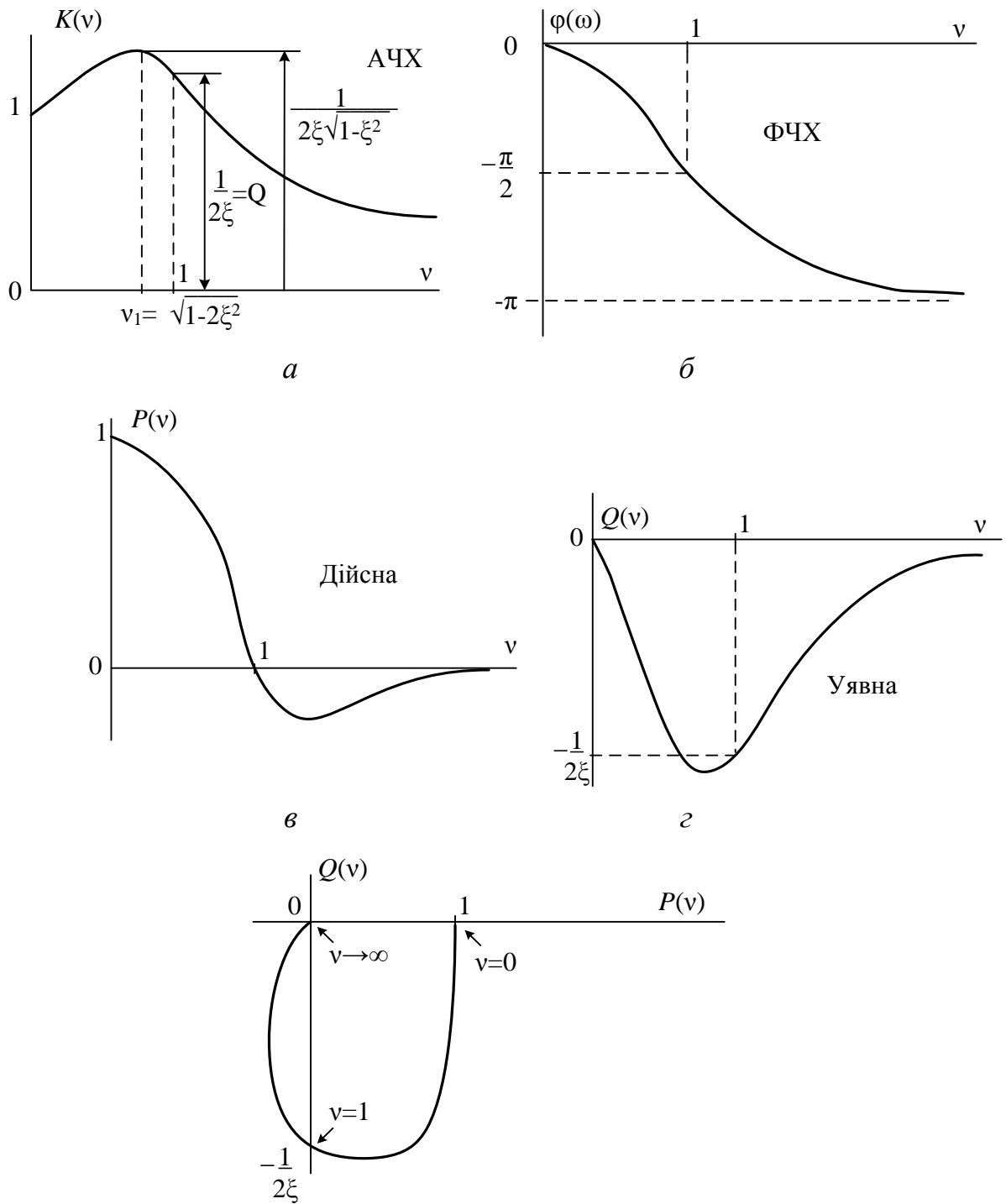


Рисунок 4.13

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Баскаков С. И. Радиотехнические цепи и сигналы : учебник. – Москва : Высшая школа, 1988. – 448 с.
2. Стахів П. Г. Основи електроніки : підручник / П. Г. Стахів, В. І. Коруд, О. Є. Гамола – Львів : Новий світ 2000, 2003. – 205 с.
3. Мандзій Б. А. Основи теорії сигналів: навч. посібник / Б. А. Мандзій, Р. І. Желяк; за ред. Б. А. Мандзія. – Львів : ЛДКФ «АТЛАС», 2003. – 152 с.
4. Бобало Ю. Я. Основи радіоелектроніки: навч. посібник / Ю. Я. Бобало, Р. І. Желяк, М. Д. Кіселичник та ін.; за ред. Б. А. Мандзія. – Львів : Львівська політехніка, 2002. – 455 с.
5. Мандзій Б. А. Основи аналогової мікросхемотехніки: навч. посібник / Б. А. Мандзій, Р. І. Желяк; за ред. Б. А. Мандзія. – Львів : НМК «Тезаурус», ТОО «Форвард», 1993. – 186 с.
6. Основи теорії електронних кіл: підручник / Ю. Я. Бобало, Б. А. Мандзій, П. Г. Стахів та ін.; за ред. Ю. Я. Бобала. – Львів : Львівська політехніка, 2008. – 332 с.
7. Колобков Д. С. Частотные спектры сигналов : учебное пособие / Д. С. Колобков. – Харьков : УЗПИ, 1985. – 103с.
8. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. / Л. А. Бессонов. – Москва : Энергия, 1978. – 592 с.
9. Нейман Л. Р. Теоретические основы электротехники : у 2 т., Т. 1 / Л. Р. Нейман, К. С. Демирчян. – Ленинград : Энергоиздат, 1981. – 536 с.

ЗМІСТ

Вступ	3
1. Комплексна передавальна функція	4
2. Основні методи визначення комплексної передавальної функції (КПФ)	5
2.1. Визначення КПФ за співвідношенням $K(j\omega) = \frac{Y}{X}$	5
2.2 Визначення КПФ за матрицями чотириполіусників	6
2.3. КПФ двополіусника	9
2.4 Експериментальний метод визначення КПФ	10
3. Види частотних характеристик	11
3.1 Амплітудно-частотна характеристика (АЧХ). Смуга пропускання. Фазочастотна характеристика (ФЧХ)	11
3.2. Дійсна та уявна частотні характеристики $P(\omega)$ та $Q(\omega)$	17
3.3 Амплітудно-фазова характеристика (АФХ)	19
4. Частотні характеристики типових ланок	23
4.1 Класифікація ланок	23
4.2. Ідеальні підсилюючі ланки	24
4.3. Ідеальні диференціюючі і інтегруючі ланки	26
4.4. Реальна диференціююча аперіодична ланка	29
4.5 Інерційна ланка	33
4.6. Коливальна ланка – коло з двома різними накопичувачами енергії (L і C)	36
Список літератури	45

Навчальне видання

Методичні вказівки

до самостійної роботи за темою

«ЧАСТОТНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ»

з дисциплін «Теорія електричних кіл та сигналів», «Теорія електричних кіл»,
«Теорія електромагнітних кіл», «Основи електротехніки та електроніки»

для студентів спеціальностей 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані
технології», 171 «Електроніка», 152 «Метрологія та інформаційно-
вимірювальна техніка», 123 «Комп'ютерна інженерія»

Укладачі:

Резинкіна Марина Михайлівна
Гетьман Андрій Володимирович
Кубрик Борис Іванович
Литвиненко Світлана Анатоліївна

Відповідальний за випуск доц. Борис КУБРИК

Роботу рекомендував до друку проф. Анатолій БОРИСЕНКО
В авторській редакції

Комп'ютерна верстка Світлана ЛИТВИНЕНКО

План 2020р., поз.115

Підписано до друку 15.10.2020. Формат 60х84 1/16.

Папір _офсетн. Друк _ ризографія. Гарнітура Таймс. Ум.-друк. арк. 0,47.

Наклад __ прим. Ціна договірна

Видавничий центр НТУ "ХПІ". 61002, Харків, вул. Кирпичова, 2

Свідоцтво про реєстрацію ДК №5478 від 21.08.2017 р.
